Przykładowe pytania do sprawdzianu kwalifikacyjnego na stacjonarne studia magisterskie (moduł ilościowy)

(ekonometria, statystyka, matematyka)

Każdy punkt testu zawiera treść problemu i cztery propozycje jego rozwiązania, z których tylko jedna jest prawidłowa.

1. Wyznaczono prognozę wartości zmiennej na trzy kolejne okresy, otrzymując: 3; 4; 3,5. Rzeczywiste wartości zmiennej prognozowanej wynoszą odpowiednio: 3,5; 4; 3. Które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe?
   a) Średni błąd prognozy (ME) wynosi 0,5.
   b) Średni absolutny błąd prognozy (MAE) wynosi 0.
   c) Średni absolutny błąd prognozy (MAE) jest mniejszy niż 0,25.
   d) Średni błąd prognozy (ME) jest mniejszy niż 0,25.

2. Zgodnie z założeniami klasycznej metody najmniejszych kwadratów składnik losowy w modelu ekonometrycznym powinien mieć zerową
   a) wariancję.
   b) odchylenie standardowe.
   c) wartość oczekiwaną.
   d) medianę.

3. Odrzucenie hipotezy zerowej w teście t-Studenta dla zmiennej objaśniającej X oznacza, że (przy danym poziomie istotności)
   a) zmienna X nie ma istotnego wpływu na zmienną objaśnianą.
   b) zmienna objaśniana nie ma istotnego wpływu na zmienną X.
   c) parametr przy zmiennej X różni się istotnie od 0.
   d) zmienna X nie jest istotna statystycznie.

4. Zadanie programowania liniowego z maksymalizacją funkcji celu i niepustym ograniczonym zbiorem decyzji dopuszczalnych
   a) ma co najmniej jedno rozwiązanie optymalne.
   b) ma co najwyżej jedno rozwiązanie optymalne.
   c) nie ma rozwiązań optymalnych.
   d) ma dokładnie jedno rozwiązanie optymalne.

5. Wyraz wolny jednego z warunków ograniczających zadania programowania liniowego wynosi 2, przedziałem stabilności odpowiadającym rozwiązaniu optymalnemu dla tego warunku jest $\langle 1; 4 \rangle$, a cena dualna wynosi 5. Które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe?
   a) Zwiększenie wartości wyrazu wolnego o 2 spowoduje wzrost optymalnej wartości funkcji celu o 5.
   b) Zmniejszenie wartości wyrazu wolnego o 0,2 spowoduje spadek optymalnej wartości funkcji celu o 1.
   c) Zwiększenie wartości wyrazu wolnego o 1 spowoduje 5-krotny wzrost optymalnej wartości funkcji celu.
   d) Zmiana wartości wyrazu wolnego o 0,5 nie zmieni zbioru rozwiązań optymalnych.

6. Zbadano siedem próbek wody na zawartość poziomu zanieczyszczenia (w %). Otrzymano następujące wyniki: 9; 4; 6; 7; 10; 12; 8. Wiedząc, że średnia arytmetyczna uzyskanych pomiarów wynosi 8 wyznaczono wariancję $s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$. Wskaż prawidłowy wynik.
   a) 5,5
   b) 6,0
   c) 8,5
   d) 42,0

7. Które z poniższych zdań jest prawdziwe?
   a) Parametr populacji ma rozkład normalny N(0; 1).
   b) Parametr populacji jest zmienną losową.
   c) Parametr populacji jest liczbą.
   d) Parametr populacji ma rozkład zależny od wielkości próby.

8. Które z poniższych stwierdzeń dotyczących hipotezy zerowej testu chi-kwadrat niezależności dwóch zmiennych jest prawdziwe?
   a) W badanej próbie nie istnieje zależność stochastyczna miedzy zmiennymi.
   b) Rozkłady obu zmiennych mają identyczne średnie i wariancje.
   c) W populacji istnieje zależność stochastyczna między zmiennymi.
   d) Zmienne w populacji są niezależne stochastycznie.

9. Która z podanych miar jest wyrażana w takich samych jednostkach, jak badana cecha?
   a) odchylenie standardowe
   b) współczynnik zmienności
   c) wariancja
   d) współczynnik asymetrii

10. Współczynnik korelacji *r* w rozkładzie empirycznym zmiennych *X*, *Y* określony wzorem $r = \frac{c_{xy}}{S_x S_y}$ przyjął wartość –0,12. Które z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe?
   a) Odchylenie standardowe S_x jest mniejsze niż S_y.
   b) Współczynnik korelacji został obliczony niepoprawnie gdyż przyjął wartość spoza dopuszczalnego przedziału wartości.
   c) Zmienne *X*, *Y* są silnie skorelowane liniowo.
   d) Kowariancja zmiennych c_{xy} przyjęła ujemną wartość.

11. Niech $a_n = \left(1 + \frac{4}{n+1}\right)^n$ dla *n* = 1, 2, …
   a) $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$.
   b) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.
   c) $\lim_{n\to\infty} a_n$ nie istnieje.
   d) $\lim_{n\to\infty} a_n = e^4$.

12. Niech $f: \langle -1; 1\rangle \to \langle 0; \pi\rangle$, $f(x) = \arccos x$. Funkcja f
   a) jest rosnąca.
   b) **jest różnowartościowa.**
   c) jest okresowa.
   d) spełnia warunek $\arccos(\cos 2\pi) = \pi$.

13. Dana jest funkcja $f: R \to R$, $f(x) = |2x + 3|$. Funkcja f
   a) nie ma ekstremum lokalnego.
   b) jest różnowartościowa.
   c) jest ciągła.
   d) jest różniczkowalna.

14. Niech $f(x) = \begin{cases} x^2 & dla\ x \neq 0 \\ 1 & dla\ x = 0 \end{cases}$.
   a) $f'(x)$ nie istnieje.
   b) $f'(0) = 0$.
   c) $f'(0) = 1$.
   d) $f'(0) = 2$.

15. Niech $f: R \to R$, $f(x) = 3x^5 - 5x^3$.Funkcja f
   a) nie ma ekstremów lokalnych.
   b) ma maksimum lokalne w punkcie $x = -1$.
   c) ma maksimum lokalne w punkcie $x = 0$.
   d) ma maksimum lokalne w punkcie $x = 1$.

16. Funkcja $f(x) = x^2 + 2\pi x - e$ jest
   a) wklęsła.
   b) wypukła.
   c) rosnąca.
   d) malejąca.

17. Dana jest funkcja $f: R \to R$, $f(x) = e^{-2x}$. Funkcja f spełnia warunek
   a) $\boldsymbol{\int f(x)dx = -\frac{1}{2}e^{-2x} + C}$.
   b) $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{-2x} + C$.
   c) $\int f(x)dx = -2\,e^{-2x} + C$.
   d) $\int f(x)dx = 2\,e^{-2x} + C$.

18. Pole powierzchni obszaru $A = \{(x, y) \in R^2 : x \in \langle 0,1\rangle \wedge y \in \langle 0,1\rangle \wedge xy \leq 1\}$ wynosi
   a) $ln2$.
   b) $\frac{3}{2}$.
   c) $\boldsymbol{1 + ln2}$.
   d) $2 - \frac{\pi}{4}$.

19. Rząd macierzy $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ jest równy
   a) 1.
   b) 2.
   c) 3.
   d) 4.

20. Niech $\boldsymbol{A}$ = [$\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$], gdzie $\mathbf{a}_i$ dla i=1, 2, 3 oznacza i = tą kolumnę, będzie taką macierzą stopnia 3, że det $\boldsymbol{A}$ = 5. Wówczas
a) det 2[$\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$] = 40.
b) det [$\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_3$] = 5.
c) det [$\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_3$] = 5.
d) det [$\mathbf{a}_1$, 2$\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$] = 10.

21. Dana jest macierz $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Istnieją takie operacje elementarne wykonywane na wierszach tej macierzy, które przekształcają ją na macierz
a) $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$.
b) $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.
c) $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.
d) $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

22. Dany jest układ równań $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$.
a) Układ ma dokładnie jedno rozwiązanie bazowe.
b) Układ ma dokładnie dwa różne rozwiązanie bazowe.
c) Układ ma dokładnie trzy różne rozwiązanie bazowe.
d) Układ nie ma jedno rozwiązań bazowych.

23. Niech $f(x, y) = xe^{x^2-y^2}$ dla $(x, y) \in \mathbf{R}^2$. Wówczas
a) $f_x^{`}(1,0) = e$.
b) $f_x^{`}(1,0) = 2e$.
c) $f_x^{`}(1,0) < 0$.
d) $\boldsymbol{f_x^{`}(1,0) = 3e}$.

24. Niech $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ będzie funkcją dwukrotnie różniczkowalną w sposób ciągły. Wówczas dla dowolnego punktu $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ zachodzi
a) $f_{xx}^{``}(x,y) = f_{yy}^{``}(x,y)$.
b) $f_{xy}^{``}(x,y) = -f_{yx}^{``}(x,y)$.
c) $f_{xx}^{``}(x,y) = -f_{yy}^{``}(x,y)$.
d) $\boldsymbol{f_{xy}^{``}(x,y) = f_{yx}^{``}(x,y)}$.

25. Niech $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x, y) = x^2+ay^2$, gdzie $a \in \mathbf{R}$ jest parametrem.
a) Dla każdego $a \neq 0$ funkcja f ma minimum lokalne w punkcie (0, 0).
b) Dla każdego $a \neq 0$ funkcja f ma maksimum lokalne w punkcie (0, 0).
c) Istnieje takie $a \neq 0$, że funkcja f ma maksimum lokalne w punkcie (0, 0).
d) Istnieje takie $a \neq 0$, że funkcja f nie ma ekstremów lokalnych.